

CARACTÉRISATION DE L'INSTABILITÉ DES FORMATIONS SUPERFICIELLES DE SIDI AÏCH (RIVE GAUCHE DE LA SOUMMAM) PAR TOMOGRAPHIE ÉLECTRIQUE 2D. (BÉJAÏA, ALGÉRIE)

**Fatma KHALDAOUI*, Yacine DJEDIAT*, Mohamed DJEDDI*
Doria AIT ADJEDJOU* et Sarah LAOUFI***

RÉSUMÉ

Les glissements de terrain sont des géo-risques naturels importants qui menacent les vies humaines, les biens et les infrastructures ainsi que l'environnement naturel en tant que support d'aménagement. Dans ce travail nous avons ciblé un mouvement de versant sur la rive gauche de l'oued Soummam, ce glissement est situé dans la localité de Takrietz à 3,6 km au sud-ouest de Sidi-Aïch (Wilaya de Béjaïa). Cette région est connue pour ses sols instables considérés comme meubles de types flyschs, marnes, colluvions non cimentés. Les instabilités sont entretenues par des circulations d'eau superficielle qui saturent les matériaux à forte composante argilo-limoneuse. La caractérisation de ce glissement de terrain par méthode géophysique de type tomographie électrique (ERT) a permis d'évaluer le risque à l'échelle de la parcelle étudiée, de déterminer la surface de rupture et sa profondeur, ainsi que la structure interne de la masse instable du glissement de Takrietz. Les résultats de cette étude géo-électrique ont montré que ce glissement de terrain est de type plan superficiel à faible extension avec des arrachements circulaires importants au sommet de la zone instable. La surface de rupture a été identifiée dans les colluvions qui recouvrent les flyschs.

Mots-clés : Glissements de terrain - Géophysique - Tomographie électrique - Résistivité - Colluvions - Flysch.

AN APPROACH TO SUPERFICIAL INSTABILITY BY ELECTRICAL TOMOGRAPHY 2D IN SIDI AICH FLYCHS (BEJAIA, ALGERIA)

ABSTRACT

Landslides are important natural geohazards which threaten human lives, properties and infrastructure as well as the natural environment as a medium of development. In this work we have targeted a movement of slope on the left flank of the Soummam Wadi. This landsliding is situated in the locality of Takrietz located in 3.6 km in the South-West of Sidi-Aïch (Wilaya of Bejaia). This area is known for its unstable soils considered as unlithified types, for instance: flysch, marl and uncimented colluvium. The instabilities are maintained by circulations of sur-

* Laboratoire de Géophysique, FSTGAT/USTHB, BP. 32 El Alia 16111 Bab Ezzouar - Alger - Algérie.
E-mail : khalfati@yahoo.fr

- *Manuscrit déposé le 25 Janvier 2012, accepté après révision le 22 Octobre 2012.*

face water that saturated the materials with strong silty clay. The characterization of the landslide by electrical tomography (ERT) was used to assess the risk and to detect the landslide geometry. The results of this study have shown that the geoelectric landslide type is a superficial level with low extension and with significant circular shear at the top of the unstable zone. The fracture zone has been identified in the colluvium covering the flysch.

Keywords : Landslides - Geophysics - Electric tomography - Resistivity - Colluvium - Flysch

1. INTRODUCTION

Les glissements de terrains sont des phénomènes naturels complexes qui peuvent causer des dommages irréversibles à notre environnement immédiat. En Algérie, de nombreuses régions sont menacées par ces instabilités à l'exemple de la localité étudiée et celles de Constantine, Tissemsilt et Bouira. Ce travail concerne en particulier le glissement de Takrietz situé à quelques kilomètres de Sidi Aïch (fig. 1). La présence de sols argileux sur des superficies importantes qui forment les versants de la vallée de l'oued Soummam explique en partie, l'aptitude des matériaux au glissement dans cette région (Flageolet, 1989). Les facteurs principaux à l'origine du déclenchement de ce phénomène sont l'eau et la pente. La plasticité des argiles augmente naturellement avec l'élévation des valeurs de la teneur en eau. Dans le cas du glissement de Takrietz, il apparaît que l'instabilité des terrains a débuté peu de temps après l'installation d'une conduite d'eau en 1997. Cette dernière a subi des dommages en plusieurs endroits, qui ont provoqué de nombreuses fuites à l'origine de l'imbibition des terrains impliqués.

La méthodologie adoptée pour définir la géométrie de ce glissement de terrain repose sur deux approches, l'une géologique et l'autre géophysique, orientée vers l'estimation de la profondeur de la surface de rupture. Ces approches préliminaires sont basées essentiellement sur une investigation géophysique par la méthode de tomographie électrique, accompagnée d'observations géologiques d'affleurements afin de circonscrire en surface les limites du glissement, par l'observation des conséquences directes sur le

terrain du mouvement des sols à savoir, zones d'arrachement, fentes d'extension et bourrelets d'accumulation de matières instables. Dans un deuxième temps, une campagne géophysique par tomographie électrique 2D a été réalisée afin d'estimer la profondeur de la surface de rupture du glissement ainsi que sa géométrie. Cette technique non destructive permet de distinguer les formations géologiques dont les contrastes de résistivité sont suffisamment différents (Ward, 1990).

2. GÉOLOGIE ET GÉOMORPHOLOGIE DU SITE D'ÉTUDE

La zone étudiée est située à 47 km au sud-ouest de Béjaïa dans le bassin de la Soummam et correspond à une partie du piémont sud de l'Akfadou (Duplan, 1951).

Du point de vue géomorphologique, le terrain concerné par les investigations est caractérisé par une pente légèrement supérieure à 40% à une altitude moyenne de 190 mètres.

Les formations géologiques du site étudié sont des flyschs du Crétacé inférieur marneux. Ils sont recouverts par un cône de déjection ancien d'âge quaternaire, formé de plusieurs couches d'accumulation de colluvions à éléments calcaires dominants, hétérométriques (décimétriques à métriques) à dominante calcaire, emballés dans une matrice argileuse rouge (fig. 2).

À l'affleurement, les flyschs ne présentent pas de signes d'instabilité, à l'opposé des colluvions qui montrent des traces de mouvements de versant en de nombreux points de la surface étu-

CARACTÉRISATION DE L'INSTABILITÉ DES FORMATIONS SUPERFICIELLES DE SIDI AÏCH
(RIVE GAUCHE DE LA SOUMMAM) PAR TOMOGRAPHIE ÉLECTRIQUE 2D (BÉJAÏA, ALGÉRIE)

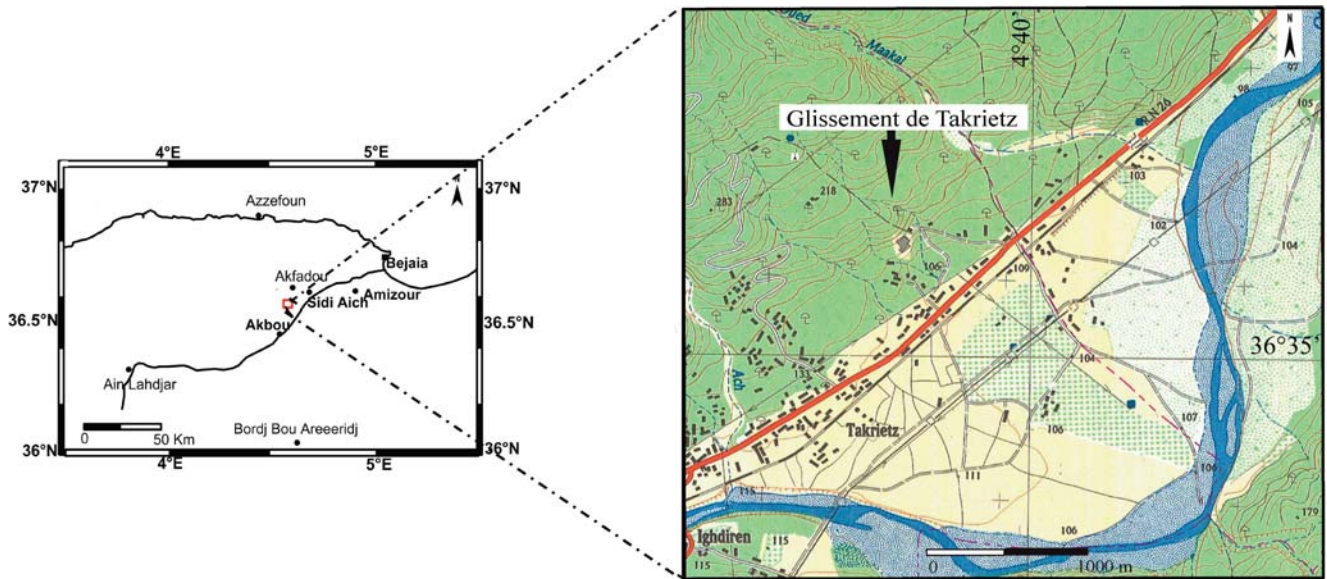


Fig. 1 - Localisation géographique de la région d'étude
Location of the study area

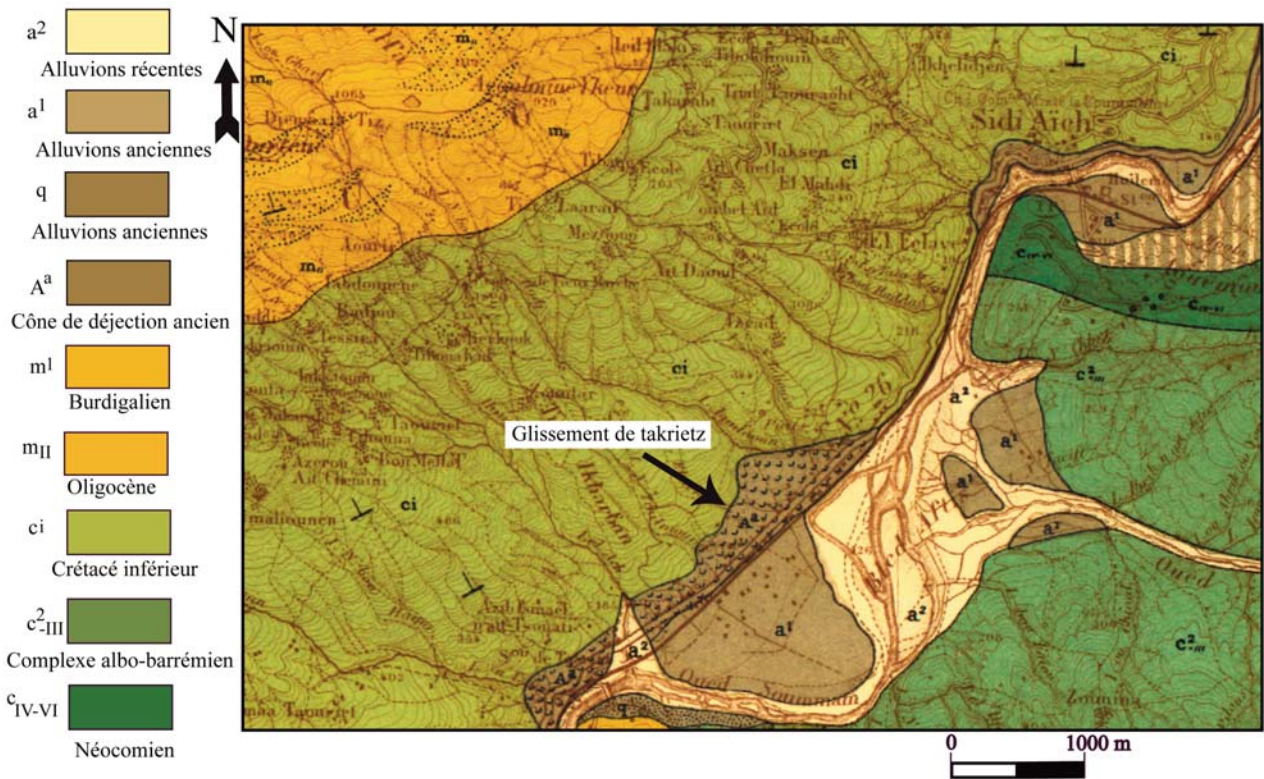


Fig. 2 - Extrait de la carte géologique de Sidi Aïch au 1/50 000 (Duplan, 1951)
Extract from the geological map of Sidi Aïch on 1/50 000 scale (Duplan, 1951)

diée: escarpements, bourrelets et structures en escaliers accompagnées d'arrachements bien caractéristiques des glissements de terrain (fig 3).

L'observation géologique fine sur le terrain, nous a permis de retrouver des lambeaux de ter-

rasses fluviatiles soulevées, impliquées dans le mouvement de versant visible en talus dans les arrachements (fig. 4).

Les indices de mouvements observés sont présentés sur les figures 5 et 6.



Fig. 3 - Vue générale de l'instabilité du sol

View of the soil instability

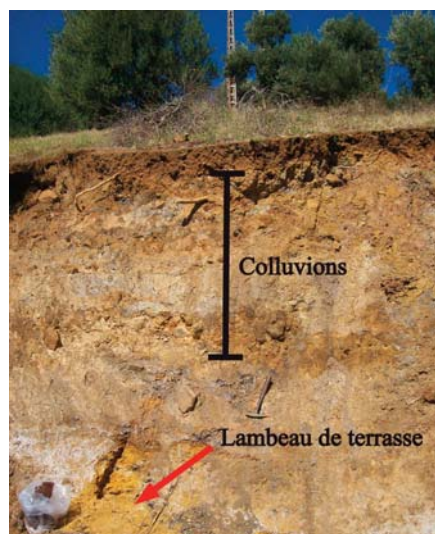


Fig. 4 - Coupe géologique d'un arrachement montrant un lambeau de terrasse fluviatile surmonté de colluvions

Geological section on the rip showing a strip of alluvial terrace

CARACTÉRISATION DE L'INSTABILITÉ DES FORMATIONS SUPERFICIELLES DE SIDI AÏCH
(RIVE GAUCHE DE LA SOUMMAM) PAR TOMOGRAPHIE ÉLECTRIQUE 2D (BÉJAÏA, ALGÉRIE)



Fig. 5 - Conséquence de la rupture des sols en amont du glissement, inclinaison des arbres et arrachements dans la zone instable

Soils break consequence in the up landslide, tree slopes and pulling up in the unstable zone



Fig. 6 -Déformation des sols colluvionnaires sur le bourrelet du glissement

Colluvium soils deformation in the landslide rim

3. MÉTHODOLOGIE

La tomographie électrique dite aussi image-rie électrique (ERT) a pour objectif la reconnaissance multidimensionnelle des résistivités d'un milieu. Elle est bien adaptée à l'étude structurale des glissements de terrain et à la compréhension de leurs mécanismes internes: on peut citer par exemple les travaux de Bogoslovsky et Ogilvy (1977), Jongmans et Garambois (2007), Schmutz et al. (2000) et de Bruno et Marillier (2000). Son principe consiste à mettre en œuvre un très grand nombre de quadripôles de dimensions et positions différentes le long d'un, ou plusieurs profils. L'application de la méthode d'imagerie électrique est basée sur l'injection d'un courant électrique (I) à partir de plusieurs paires d'électrodes (appelée A_j, B_j) dans le milieu. Le courant injecté, induit une différence de potentiel (ΔV) mesurable à l'aide d'autres paires d'électrodes (appelée M_j, N_j). La résistivité électrique du milieu "ρ" est déterminée par la loi d'Ohm (Keller et Frischknecht, 1966):

$$\rho = k \times \frac{\Delta V}{I} \quad \text{Où} \quad k = \frac{2\pi}{\left(\frac{1}{|AM|} - \frac{1}{|BM|} - \frac{1}{|AN|} + \frac{1}{|BN|}\right)}$$

où AM (BM, AN et BN, respectivement) représente la distance entre les électrodes A et M (B et M, A et N, B et N respectivement).

La technique d'imagerie électrique permet d'obtenir des images sur la distribution de résistivités électriques en 2D ou 3D des formations géologiques (Griffiths et Barker, 1993). Les images de ces structures géologiques peuvent être modélisées en utilisant l'algorithme d'inversion basé sur la méthode des moindres carrés (Loke et Barker, 1995, 1996; Loke, 2000) dont la réponse est conforme et se rapproche des données mesurées. La figure 7 présente le principe d'une acquisition en tomographie électrique 2D en configuration Wenner-Schlumberger.

Deux profils P1 et P2, perpendiculaires à l'axe de déplacement du glissement de Takrietz

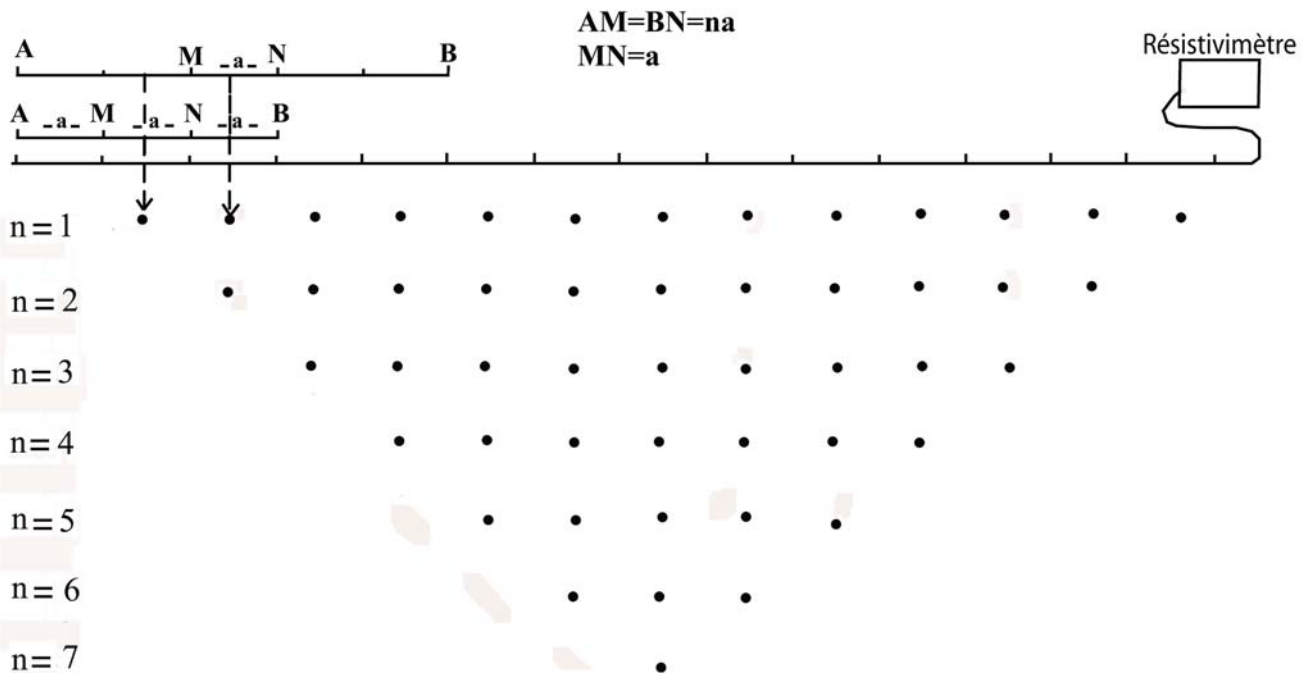


Fig. 7 - Exemple de séquence de mesures avec une configuration Wenner- Schlumberger.
Example of the measurement sequence for the Wenner- Schlumberger electrode array

CARACTÉRISATION DE L'INSTABILITÉ DES FORMATIONS SUPERFICIELLES DE SIDI AÏCH
(RIVE GAUCHE DE LA SOUMMAM) PAR TOMOGRAPHIE ÉLECTRIQUE 2D (BÉJAÏA, ALGÉRIE)

ont été réalisés selon une direction est-ouest (fig. 8). L'implantation de ces profils a permis de mettre en évidence l'allure de la structure de la masse glissée et d'estimer la profondeur du plan de rupture lié à la présence d'eau. On voit nettement sur les figures 3 et 4 que les zones d'arrachements sont en continuité avec la surface de rupture de la masse glissée. Ce plan de rupture nettement observé sur le terrain, joue le rôle d'un drain qui favorise la circulation des eaux en profondeur, et cela apparaît aussi, nettement, sur les profils à travers une baisse de résistivité très sensible au voisinage de cette surface.

Les mesures de résistivité ont été réalisées, à la fois, avec la configuration dipôle-dipôle et le dispositif Wenner-Schlumberger (Pazdirek et Blaha, 1996). La première méthode est connue pour sa grande sensibilité aux variations latérales et verticales des résistivités (Loke, 2004).

Les données ont été acquises avec 24 électrodes espacées de 3 et 4 mètres. La topographie

a été prise en compte dans le traitement des données de résistivités (Loke, 2000). Par ailleurs, un système multi-électrodes d'Iris instrument a été utilisé pour l'acquisition des données.

4. DISCUSSION DES RÉSULTATS

Les profils réalisés sont perpendiculaires à la pente. Le premier profil P1 est implanté directement sur le sol marneux légèrement en amont du bourrelet, l'autre est implanté sur le bourrelet.

Les deux modèles de résistivité (fig. 9) montrent des valeurs qui varient de 3 à plus de 50 Ohm.m. Globalement, ces modèles mettent en évidence trois horizons.

Le premier horizon correspond au sommet des colluvions recouvert par de la terre végétale. Son épaisseur varie de 1 à 3 m et il est caractérisé par des résistivités moyennes de l'ordre de 30 Ohm.m. Cet horizon est relayé par un remblai à l'aplomb de la position de la conduite dont la ré-

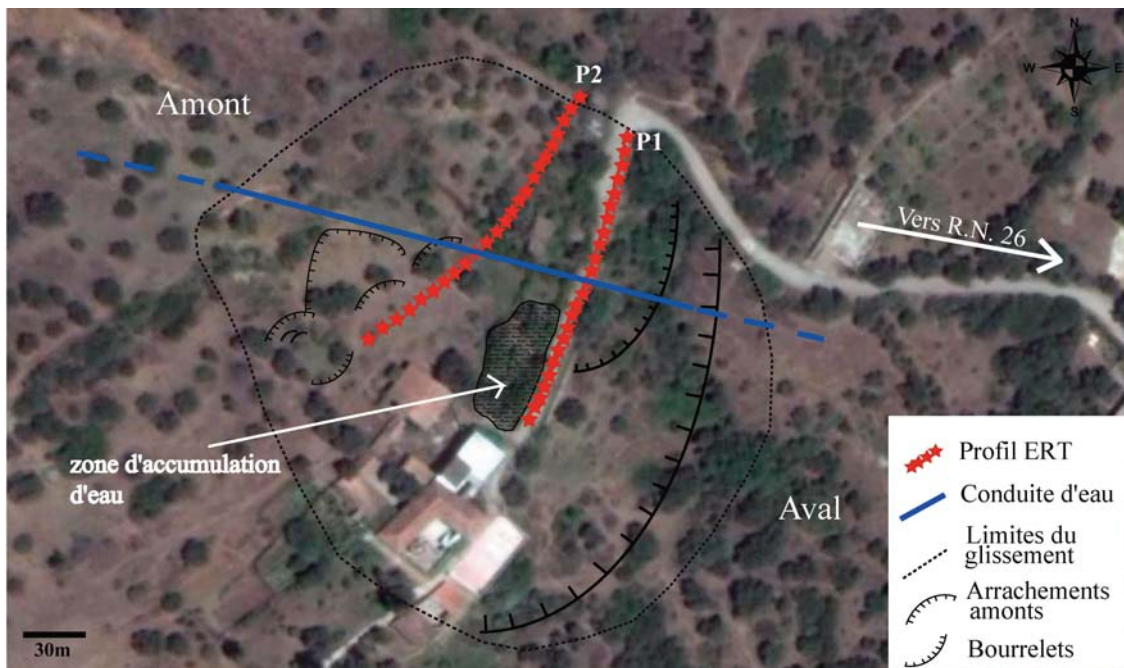


Fig. 8 - Vue aérienne du site d'étude avec localisation des profils d'imageries électriques et cartographie des instabilités.

Aerial view of the study area, localization of the ERT profiles and instabilities mapping.

sistivité chute très localement et cela se voit sur les coupes de résistivités. Les résistivités sont légèrement plus élevées au niveau du tronçon routier sur le bourrelet. Cela peut s'expliquer par une densification de la matière en pied du glissement.

En dessous, nous observons un horizon de résistivités relativement faibles de l'ordre de 6 Ohm.m en moyenne et d'épaisseur inférieure à 10m. Cette valeur moyenne pourrait être liée à une présence plus importante d'eau dans des sols toujours colluvionnaires. Deux anomalies très conductrices sont nettement visibles. Elles se présentent sous forme de lentilles et pourraient correspondre à des anciens chenaux comblés par des colluvions, déposées de part et d'autres d'un paléo-interfleuve creusé dans les flyschs, dont la forme a été conservée après le dépôt des colluvions et visibles sur les deux profils. Ces anomalies sont situées de part et d'autres de la position de la conduite.

En profondeur, nous distinguons une formation présentant des valeurs de résistivité comprises entre 18 et 30 Ohm.m, il pourrait s'agir de flyschs

sains humidifiés. Le toit de ces flyschs en profondeur dans les deux profils, dessine la base des chenaux décrits plus haut, qui ont probablement été creusés par un ancien réseau hydrographique. Dans ces chenaux, se sont accumulés des colluvions anciennes comme nous l'avons déjà souligné qui appartiennent au cône de déjection discordant sur les flyschs.

Les résultats de l'étude par l'imagerie électrique ont montré que le glissement de Takrietz est un glissement plan superficiel. La pellicule de sol déplacé est peu épaisse et concerne uniquement les colluvions.

La figure 10 montre les résultats obtenus en configuration dipôle-dipôle. Ce dernier possède une sensibilité moins bonne face à des structures géologiques verticales que celui de Wenner-Schlumberger (Barker, 1991). Le dipôle-dipôle a mis en évidence une faible différence latérale dans les valeurs de résistivité et cela pourrait être dû à la légère variation de la teneur en eau dans la tranche de sol investiguée.

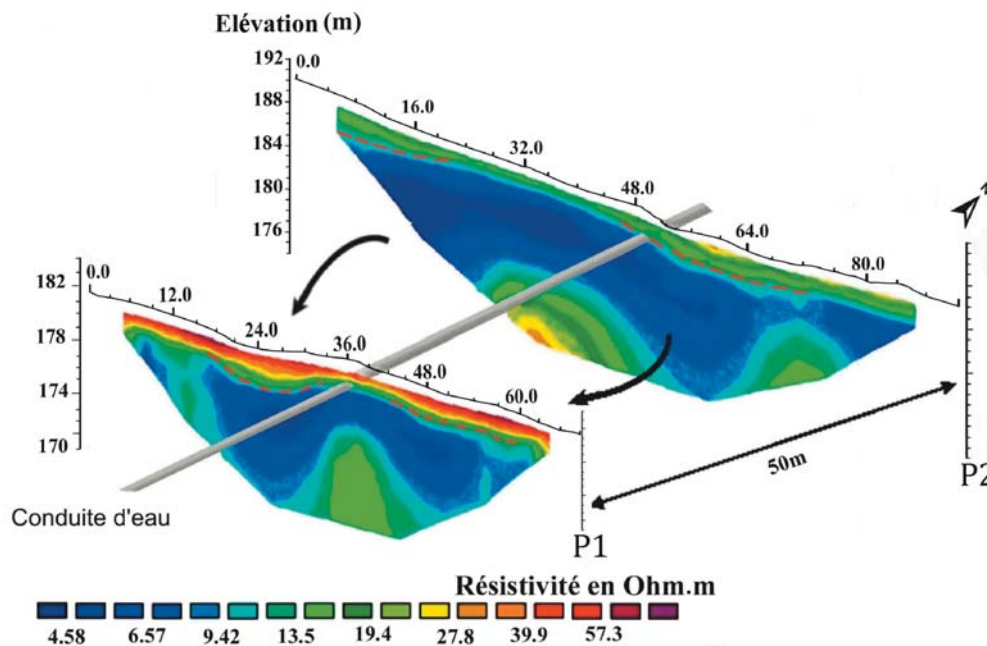


Fig. 9 - Modèles de résistivités obtenues avec un dispositif Wenner – Schlumberger. La surface de rupture est matérialisée par une ligne en pointillés

Resistivity models obtained by a Wenner-Schlumberger array. Landslide surface is shown by dotted lines

CARACTÉRISATION DE L'INSTABILITÉ DES FORMATIONS SUPERFICIELLES DE SIDI AÏCH
(RIVE GAUCHE DE LA SOUMMAM) PAR TOMOGRAPHIE ÉLECTRIQUE 2D (BÉJAÏA, ALGÉRIE)

Une coupe du glissement (fig. 11) a été réalisée à partir des données de la carte topographique de Sidi-Aïch à 1/25 000 (INCT, 1987), des observations de terrain, de la carte géologique de Sidi-Aïch à 1/50.000 (Duplan, 1951) et des mesures géophysiques. L'analyse des résultats a per-

mis de mettre en évidence une zone altérée superficielle, dans les colluvions, marquée par des arrachements en surface. Les observations de terrain montrent de nombreuses cicatrices d'arrachement actuelles et anciennes (fig. 11).

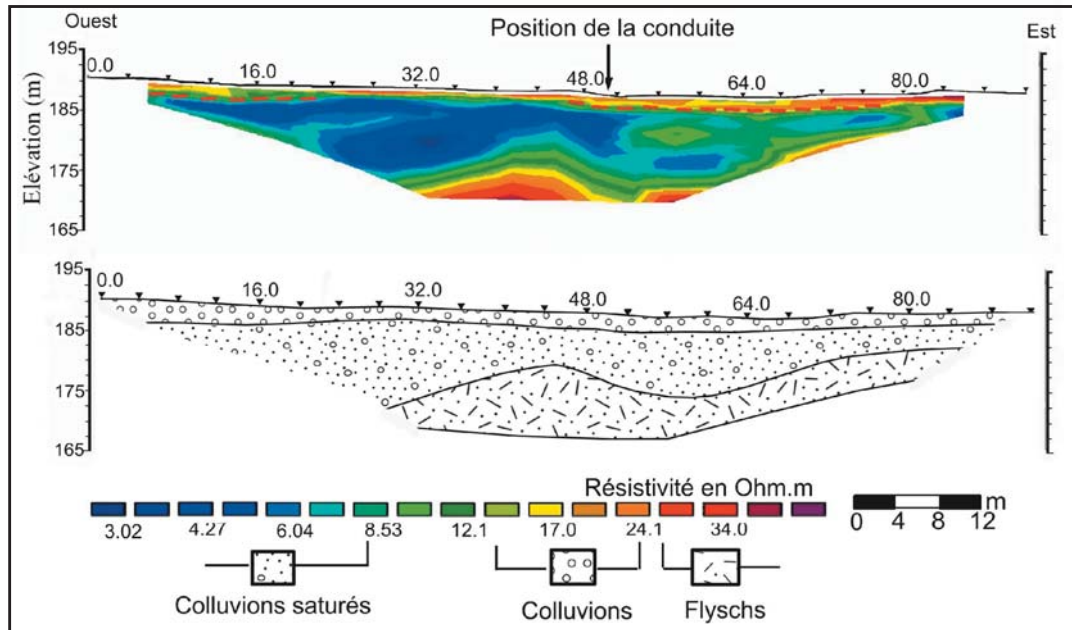


Fig. 10 - Modèle de résistivité obtenue avec une configuration Dipôle-Dipôle
Resistivity model obtained by a Dipole-Dipole array

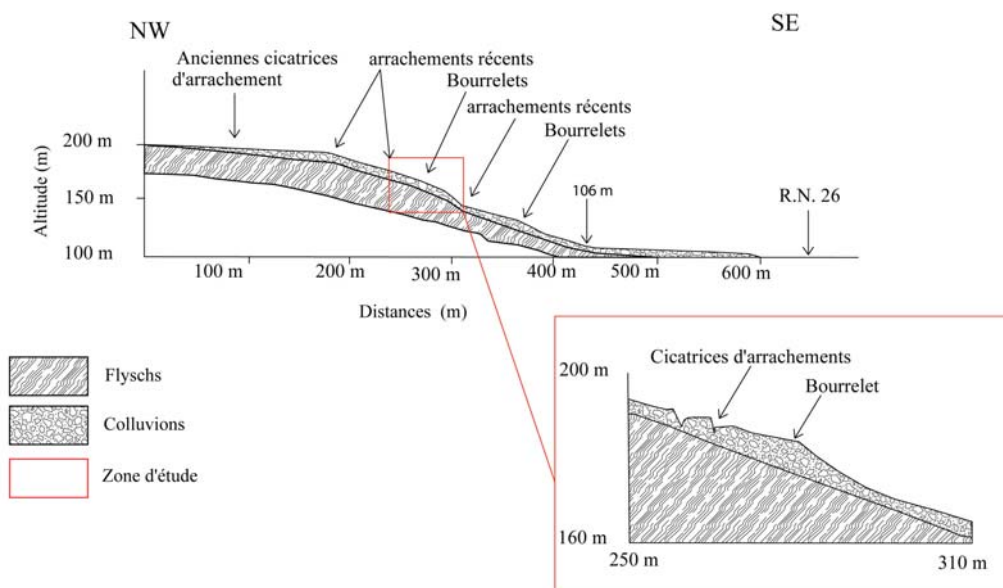


Fig. 11 - Coupe du glissement de terrain de Takrietz.
Cross section of Takrietz landslide.

5. CONCLUSION

L'étude présentée dans cet article, a apporté un éclairage sur le glissement de terrain qui s'est produit dans les formations géologiques de Takrietz. Ce glissement est superficiel, de type plan avec une surface de rupture située à une profondeur de l'ordre de 3 m correspondant approximativement à l'épaisseur des colluvions. Ces dernières se sont déposées dans d'anciens chenaux creusés dans les flyschs de Sidi Aïch. Sur le terrain étudié nous avons mis en évidence deux paléochenaux qui correspondent à deux axes d'écoulement ancien des eaux souterraines

Le glissement de terrain étudié est de faible extension (fig. 8) et la cause principale est due aux fuites de la conduite d'eau. Les mouvements, d'après l'enquête auprès des habitants de la localité touchée, se poursuivent épisodiquement en période estivale. La méthode utilisée pour cette étude s'est avérée efficace, bien adaptée et pourrait servir de façon préliminaire à la compréhension du mécanisme interne d'un glissement de terrain. Cette instabilité fait actuellement l'objet d'un suivi d'observations et de mesures géophysiques sur ce terrain où une évolution des mouvements de terrain d'ordre métrique a été constatée.

Remerciements : Les auteurs tiennent à remercier Mr Zoreik A., Mr Touat M. et Mr Bouzida A. pour leur collaboration lors des mesures sur site et pour les informations très constructives.

BIBLIOGRAPHIE

- BARKER, R.-D. 1991.** Depth of investigation of collinear symmetrical four-electrode arrays. *Geophysics*, 54, pp. 1031-1037.
- BOGOSLOVSKY, V.-A. AND OGILVY, A.-A. 1977.** Geophysical methods for the investigation of landslides. *Geophysics*, 42, 3, pp. 562-571.
- BRUNO, F. AND MARILLIER, F. 2000.** Test of high-resolution seismic reflection and other geophysical techniques on the Boup landslide in the Swiss Alps. *Surveys in Geophysics*, 21, pp. 333-348.
- DUPLAN, L. 1951.** Carte géologique de Sidi Aïch, feuille n°46. *Serv. de la Carte Géol. de l'Algérie*
- FLAGEOLET, J.-C. 1989.** Les mouvements de terrain et leur prévention. *Paris. Masson*, 520p.
- GRIFFITHS, D.-H. AND BARKER, D.-R. 1993.** Two dimensional resistivity, imaging and modeling in areas of the complex geology. *Journal of Applied Geophysics*, 29, pp. 211-226.
- INCT, 1987.** Carte topographique au 1/25 000 de Sidi Aïch.
- JONGMANS, D. AND GARAMBOIS, S. 2007.** Geophysical investigation of landslides: a review. *Bulletin of the French Geological Society*, 178, 2, pp. 101-112.
- KELLER, G. AND FRISCHKNECHT, F. 1966.** Electrical methods in geophysical prospecting. *Pergamon press, New York*, 517p.
- LOKE, M.-H. 2000.** Topographic modelling in resistivity imaging inversion. *62nd EAGE Conference and Technical Exhibition Extended Abstracts*, D-2, 750p.
- LOKE, M.-H. 2004.** Tutorial: 2-D and 3-D. *Electrical Imaging Surveys*, 128 p.
- LOKE, M.-H. AND BARKER, R.-D. 1995.** Least-squares deconvolution of apparent resistivity. *Geophysics*, 60, pp. 1682-1690.
- LOKE, M.-H. AND BARKER, R.-D. 1996.** Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudo-sections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, pp. 131-152.
- PAZDIREK O. AND BLAHA, V. 1996.** Examples of resistivity imaging using ME-100 resistivity field acquisition system. *EAGE 58th Conference and Technical Exhibition Extended Abstracts*, Amsterdam, 50p.
- SCHMUTZ, M., ALBOUY, Y., GUÉRIN, R., MAQUAIRE, O., VASSAL, J., SCHOTT, J.-J. AND DESCLOÏTRES, M. 2000.** Joint electrical and time domain electromagnetism (TDEM) data inversion applied to the Super Sauze earthflow (France). *Surveys in Geophysics*, 21, 4, pp. 371-390.
- WARD, S.-H. 1990.** Resistivity and induced polarization methods. *In : Geotechnical and environmental geophysics*, vol. 1, Ward, S.H., Editor. *Society of Exploration Geophysicist*, pp. 147-190.

ANALYSE SPECTRALE DU CHAMP D'ANOMALIES MAGNÉTIQUES LITHOSPHERIQUES À L'ÉCHELLE PLANÉTAIRE.

**Lynda OUAHIOUNE*, Yasmina YAHIAT*, Mohamed HAMOUDI*
et Vincent LESUR****

RÉSUMÉ

Dans le cadre du projet mondial de cartographie numérique globale du champ géomagnétique, deux distributions du champ d'anomalies lithosphériques ont été établies en 2007 utilisant des données aéroportées, marines et satellitaires, par la Commission Mondiale de la Cartographie Géologique sous l'égide de l'UNESCO et de l'AIGA. Pour déterminer le contenu spectral de tels champs, nous avons réalisé leur décomposition en harmoniques sphériques jusqu'à des degrés et ordres donnés selon la formulation de Gauss. Dans ce travail, nous avons limité à $N_{\max}=200$, le degré maximal des coefficients de Gauss (g_n^m, h_n^m) du développement.

La détermination des coefficients est traitée comme un problème inverse et est résolue en utilisant la méthode du gradient. Différentes variantes de cette méthode (gradient conjugué, méthode de Polak-Ribière et méthode hybride) ont été appliquées. L'étude des coefficients en harmoniques sphériques des divers jeux de distributions de champs permet de mettre en évidence les long ueurs d'onde des différents signaux lithosphériques et de réaliser leur spectre d'énergie ainsi que leur corrélation degré par degré. Ces résultats aident à mieux comprendre la relation de la distribution géographique des anomalies avec la distribution des profondeurs des sources causatives et les processus géodynamiques qui en sont à l'origine.

Mots-clés - WDMAM- Coefficients harmoniques sphériques - Lithosphère - Spectre d'énergie.

SPECTRAL ANALYSIS OF THE WORLD LITHOSPHERIC MAGNETIC ANOMALIES FIELD.

ABSTRACT

In the framework of the World Digital Magnetic Anomaly Maps (WDMAM), two field distributions of lithospheric anomalies were established in 2007, using airborne, marine and satellite data, by the Commission for the Geological Map of the World under the auspice of the UNESCO and IAGA. To determine the actual spectral content of such fields, spherical harmonic decomposition following the formulation of Gauss were derived. In this work, the maximum degree of harmonic coefficients (g_n^m, h_n^m) was limited to $N_{\max} = 200$.

*Laboratoire de Géophysique, Faculté des Sciences de la Terre, Géographie et Aménagement du Territoire, USTHB, BP. 32, El Alia - Bab Ezzouar - Algérie.

**Helmholtz-Zentrum Potsdam, Centre de recherche en Géophysique (GFZ), Allemagne.

- *Manuscrit déposé le 24 Mai 2012, accepté après révision le 27 Novembre 2012.*

This issue was considered as an inverse problem. Numerically, the gradient methods are used for inversion. More specifically, we apply conjugate gradient, Polack- Ribière and hybrid methods to derive the spherical harmonic coefficients (g_n^m, h_n^m) of the anomaly field. These harmonic coefficients describe the different wavelengths of lithospheric signals and allow to derive the energy spectrum and degree correlation of the various maps. The spectral content helps better understand the relation of the geographic distribution of the anomalies, depth distribution of the causative sources and geodynamic processes involved.

Keywords - WDMAM- Spherical harmonic coefficients- Lithosphere- Power spectra.

1- INTRODUCTION

Durant les dernières années, un grand nombre de données scalaires et vectorielles du champ géomagnétique ont été collectées; celles appartenant au domaine public sont disponibles. Elles couvrent les différents niveaux d'altitudes, du sol jusqu'à quelques centaines de kilomètres pour les satellites (Hamoudi et al., 2010). Des techniques mathématiques ont été proposées pour modéliser ces données à différentes échelles (Schott and Thébaud, 2011). Différents modèles basés sur la théorie des champs de potentiels ont été proposés; on peut citer, par exemple, celui de Gillet et al. (2010). Ces modèles globaux servent souvent de références. Les plus connus et les plus utilisés sont certainement les modèles IGRF (International Global Reference Field) (Finlay et al., 2010). Depuis l'avènement des satellites, notamment à l'ère post-Magsat, des satellites Danois Oersted (McLean et al., 2005) et allemand CHAMP (Reigberg et al., 2001), les modèles dits «comprehensifs» tendent à supplanter les modèles IGRF. Ainsi, les premiers modèles CM3 et CM4 ont été développés par Sabaka et al. (2002; 2004). Le relais a été pris par les modèles des séries CHAOS (Olsen et al., 2006; 2009) et GRIMM (Lesur et al., 2008; 2010). Ces modèles permettent de décrire le champ géomagnétique à toutes les échelles spatiales ainsi que la variation séculaire. La modélisation séquentielle des données satellitaires est principalement dédiée à la détermination du champ lithosphérique. Pour cela, des corrections et des sélections rigoureuses des données sont indispensables (Maus et al., 2008).

La collecte durant plusieurs décennies, depuis 1942, de données magnétiques a favorisé l'émergence de projets de cartographies composites, régionales, voire continentales, des champs de potentiel. La première initiative de ce type est certainement représentée par le projet DNAG (Decade of North American Geology) (Zietz, 1982; Mouge, 1990). Les résultats encourageants de ces projets, géographiquement limités, ont conduit à leur généralisation à l'échelle globale. La WDMAM «World Digital Magnetic Anomaly Map» (Korhonen et al., 2007) est donc, la compilation à l'échelle globale de l'ensemble des levés parcellaires magnétiques marins, aéroportés et satellitaires.

Sachant que la cartographie de la distribution du champ d'anomalies lithosphériques résulte d'un assemblage de données variées (Hamoudi et al., 2007a) il est intéressant de préciser le contenu spectral réel des différentes contributions au champ. En particulier, il s'agit de savoir si, à partir de plateformes différentes, il serait possible de représenter le champ lithosphérique ayant un contenu spectral continu ? *i.e.* ne présentant pas de gap dans les longueurs d'onde du signal. Il existe plusieurs méthodes pour analyser et modéliser le champ telles les splines sphériques (Shure et al., 1982; Hayn, 2010), les ondelettes (Holschneider et al., 2003; Hamoudi et al., 2007b) ou bien l'analyse harmonique en coordonnées cartésiennes (Allredge, 1981), cylindriques ou sphériques (Allredge, 1982). L'analyse spectrale sur la sphère du champ d'anomalies magnétiques est un outil mathématique puissant qui permet de caractériser ses différentes sources (Maus et al., 2008). Pour quantifier le

contenu spectral des différentes distributions du champ d'anomalies magnétiques, nous avons opté pour leur décomposition en harmoniques sphériques (Chapman et Bartels, 1940).

La détermination des coefficients de Gauss du développement de l'intensité du champ en harmoniques sphériques est réalisée comme un problème inverse. La fonction coût est généralement minimisée au sens des moindres carrés (Cain et *al.*, 1965) lorsque les degrés et ordres n'excèdent guère $n_{\max}=100$. Dans l'étude présente, nous nous intéressons à des degrés et ordres largement supérieurs, au minimum $n_{\max}=200$. La résolution du problème inverse, dans ce cas, est plus aisée avec les méthodes d'optimisation et en particulier la méthode du gradient (Press et *al.*, 1992) avec ses différentes variantes telles que le gradient conjugué (gc) (Polak et Ribière, 1969; Grippo et Lucidi, 1995), le gradient hybride (gh) et la méthode de Polak-Ribière (pcpgr). Ces méthodes sont itératives.

2- DESCRIPTION DES DONNÉES

La cartographie du champ est le résultat de la compilation à l'échelle planétaire de l'ensemble des levés magnétiques parcellaires marins, aéroportés et satellitaires. Le projet de cartographie avait été initié par la Commission de la Carte Géologique du Monde dans le cadre du programme de l'UNESCO pour la cartographie numérique globale de la lithosphère dont le WDMAM est l'un des volets importants. Cette distribution d'anomalies constitue la première compilation mondiale des différents levés. En fonction des époques et des objectifs scientifiques et/ou économiques, les mesures sont très hétérogènes et les levés ont des caractéristiques spatiales (longueur caractéristique, altitude), très variées. Les données ont subi des traitements différents, notamment la réduction par rapport à un niveau de référence. Comme il est d'usage dans ce genre de traitement de données géomagnétiques, le champ

de référence est donné par les modèles internationaux de référence, du type IGRF, ou équivalent. Il arrive cependant que pour des levés miniers ou pétroliers, la réduction se fasse en déterminant un polynôme local (Hamoudi et *al.*, 2010).

Pour la réalisation de la cartographie globale de la distribution des anomalies magnétiques lithosphériques, les données doivent être homogénéisées avant leur assemblage. Ainsi, toutes les données ont été ramenées à un même niveau de référence et à une même altitude au-dessus du même ellipsoïde de référence WGS84 (Hamoudi et *al.*, 2007a; Hemant et *al.*, 2007 et Maus et *al.*, 2007). Une distribution des anomalies magnétiques a été, ainsi, établie à 5km d'altitude sur une grille mondiale de 5km*5km. Compte tenu des dimensions caractéristiques des différents panneaux, de l'ordre de quelques centaines de km et de l'échantillonnage spatial adopté, cette cartographie représente correctement les courtes longueurs d'ondes du champ, jusqu'à ~400km. Pour représenter l'ensemble du contenu spectral du champ lithosphérique, les grandes longueurs d'ondes du signal, supérieures à 400km, ont été restituées en utilisant le champ lithosphérique déduit des données du satellite géomagnétique allemand CHAMP (Maus et *al.*, 2007).

Rappelons que pour cette compilation, seules les données scalaires des campagnes de mesures ont été utilisées. Quelques levés vectoriels existent, notamment ceux, portant uniquement sur les composantes horizontales ou verticales (Rajaram et *al.*, 2009). Ces données n'ont pas été incorporées dans la compilation finale du WDMAM.

Deux versions de cette distribution du champ lithosphérique ont été proposées par Korhonen et *al.* (2007). Dans la première, appelée version A (fig. 1), seules les données réelles (avions, satellites, bateaux) sont incorporées dans la cartographie magnétique. Dans la seconde, appelée

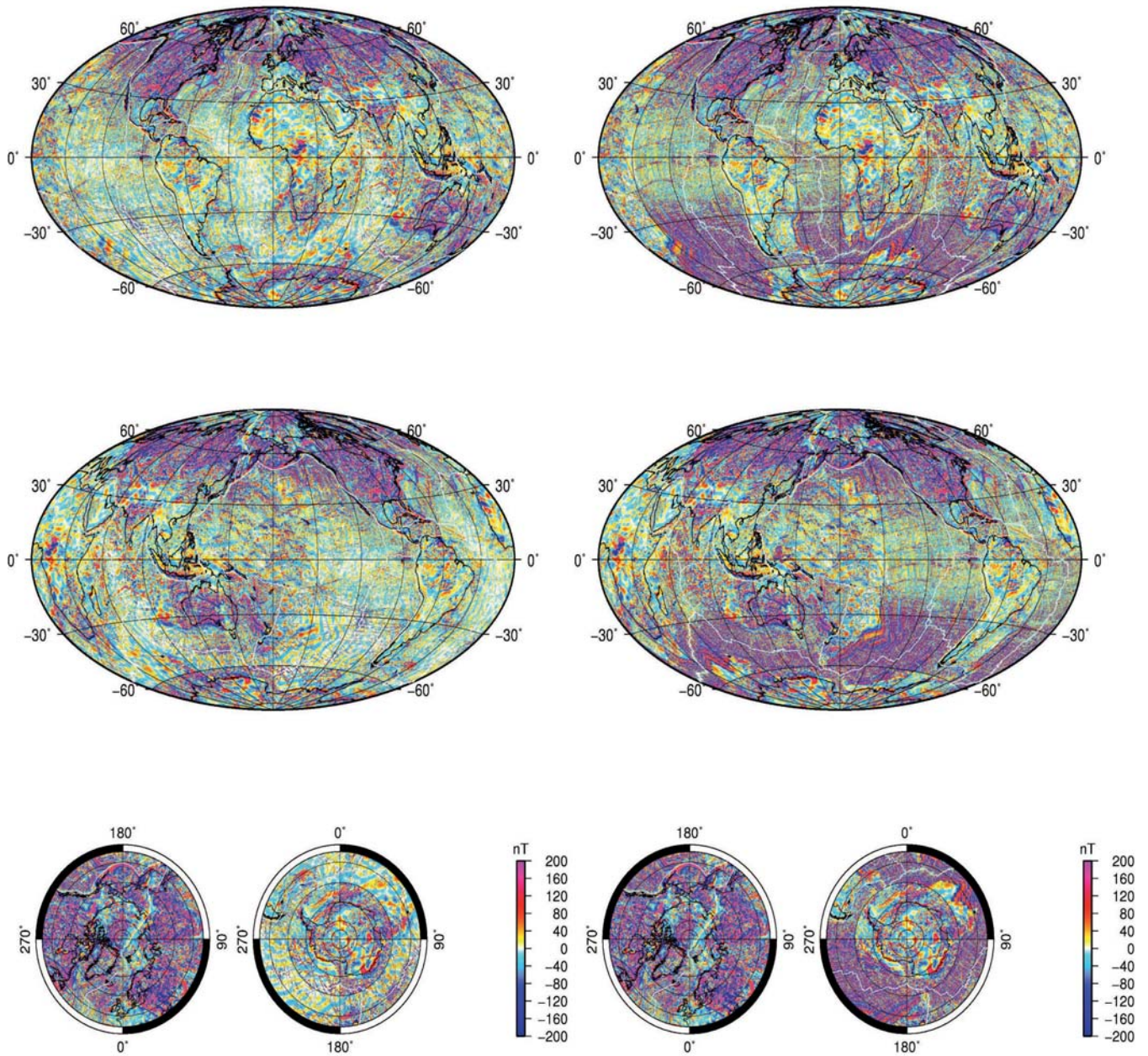


Fig. 1 - Distribution des anomalies magnétiques mondiales (WDMAM). Version A (gauche), version B (droite).
World Magnetic Anomaly (WDMAM) distribution. Version A (left), version B (right).

version B (fig. 1), le domaine océanique, représentant 75% de la surface globale et non couvert par les profils bateaux ou aéroportés, est décrit par un champ magnétique synthétique engendré par un modèle d'aimantation induite de la croûte variant en fonction de l'âge (Dyment et Arkani-Hamed, 1998). Pour cela, la distribution numérique de l'épaisseur de la croûte océanique (Müller *et al.*, 1997) est combinée avec l'échelle de temps des polarités du champ géomagnétique de Gee et Kent (2007) et Kent et Gradstein (1986) afin d'estimer le champ magnétique induit par le champ géomagnétique principal de la terre. Ce champ inducteur est donné par le modèle global CM4 de Sabaka *et al.* (2004). Ce modèle océanique n'est pas représentatif du champ lithosphérique dans les zones d'âges jurassique ou crétacé pour lesquels le champ a connu de longues périodes normales sans inversions (Dyment et Arkani-Hamed, 1998).

En-dehors des zones jurassiques et crétacés précédemment décrites, le modèle océanique représente effectivement une très bonne approximation du champ lithosphérique pour les courtes longueurs d'onde.

3- MÉTHODES

3.1- Modélisation du champ par des harmoniques sphériques

Les mesures aéroportées et marines sont pour la majeure partie des levés, des mesures scalaires. Rappelons que ce que nous appelons abusivement "le champ d'anomalies magnétiques" n'est en fait que la projection dans la direction normale de ce champ. Il est plus correct de l'appeler "anomalies de l'intensité du champ géomagnétique". Son expression ΔB est donnée par :

$$\Delta B = B_a \vec{p} \quad (1)$$

où \vec{p} est le vecteur unitaire qui oriente le champ normal. Pour le modèle WDMAM, toutes les données ont été rapportées au modèle global CM4 de Sabaka *et al.* (2002; 2004). Soient $(X_{cm4}, Y_{cm4}, Z_{cm4})$ les composantes cartésiennes du champ normal donné par le modèle CM4 et soient les composantes du champ lié aux hétérogénéités d'aimantation des roches de la lithosphère, l'expression (1) devient donc :

$$\Delta B = \frac{X_a X_{cm4}}{B_{cm4}} + \frac{Y_a Y_{cm4}}{B_{cm4}} + \frac{Z_a Z_{cm4}}{B_{cm4}} \quad ; \quad (2)$$

où B_{cm4} est l'intensité du champ normal tel que décrit par le modèle CM4, pour les harmoniques sphériques des degrés compris entre 1 et 16, représentant les sources nucléaires.

Le potentiel V_a dont dérive le champ d'anomalies magnétiques lithosphériques est également développable sous la forme d'harmoniques sphériques. Le degré minimum est alors de 17. Ceci fixe donc, la longueur d'onde maximale du signal à étudier. Dans le cas de la terre, elle est alors d'environ 40000/17 soit 2353 km approximativement. Le degré maximum dépend de la longueur d'onde minimale et de la résolution que l'on s'impose pour le modèle. Dans la suite de nos travaux, nous nous sommes limités à $N_{max} = 200$. En effet, ce degré maximum correspond à la longueur d'onde spatiale horizontale de 200 km. Cette longueur d'onde est probablement la plus significative dans les grandes longueurs d'onde du signal effectif lié aux hétérogénéités d'aimantation des roches de la croûte. Ainsi, le filtrage des grandes longueurs d'onde (≥ 200 km) nous assure d'avoir un signal physique réel et non un artefact résultant de la superposition de signaux tronqués. Pour décrire des longueurs d'onde spatiales de l'ordre de quelques km, disons la dizaine de km, N_{max} doit être supérieur à 5000.

Modéliser le champ lithosphérique revient donc à déterminer l'ensemble des coefficients de Gauss

en minimisant, une fonction coût dont l'écart entre les mesures (WDMAM) ΔB^{obs} et les valeurs théoriques ΔB^{the} soit le plus petit possible. Si σ^2 est cette fonction, elle peut s'écrire simplement :

$$\sigma^2 = \sum_{obs} (\Delta B^{obs} - \Delta B^{the})^2 \min \quad (3)$$

Nous notons classiquement \mathbf{m} le vecteur des inconnues du modèle ($\mathbf{g}_n^m, \mathbf{h}_n^m$), \mathbf{A} la matrice géométrique du problème et \mathbf{d} le vecteur des données. Résoudre l'équation (3) revient alors à chercher l'ensemble des $N_{max}^*(N_{max}+2)$ coefficients de Gauss de \mathbf{m} tel que :

$$\mathbf{A}\mathbf{m} = \mathbf{d} \quad (4)$$

Le modèle \mathbf{m} est donné, dans le cas sans amortissement, par :

$$\mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{d} \quad (5)$$

Remarquons que le choix de la méthode d'inversion est très important car le nombre de paramètres croît très vite en fonction du degré maximum du développement. Ainsi, pour $N_{max} = 200$, le nombre d'inconnues est de 40400. D'après le théorème de l'échantillonnage sur la sphère (Driscoll et Healy, 1994), le nombre optimum de données doit alors être de 160801. Si $N_{max} = 500$ ce nombre serait alors de 1002001 points de mesures sur la sphère.

3.2. Méthodes de résolution du système d'équations

Pour le calcul du modèle, nous avons opté pour la méthode numérique du gradient (Press et al., 1992) avec ses différentes variantes. La méthode du gradient hybride (gh), la méthode de Polak-Ribière (pcpgr) ou le gradient conjugué (gc) (Polak et Ribière, 1969; Grippo et Lucidi, 1995) seront appliquées pour l'optimisation du problème inverse et/ou l'accélération de la convergence. Evidemment, les temps calculs consti-

tueront un paramètre important dans le choix d'une méthode.

3.2.1. Méthodes gradient conjugué et Polak-Ribière

La méthode du gradient conjugué (gc) a été développée en 1952 par Hestenes et Stiefel pour la minimisation de la fonctionnelle quadratique

$$f(x) = \frac{1}{2} x^T G x + b^T x + c; \quad x \in R^n;$$

où G est une matrice carrée d'ordre n , symétrique, définie positive;

b est un vecteur et c est un scalaire.

La méthode des gradients conjugués est une mise à jour itérative (Grippo et Lucidi, 1995) de la forme: $x^{k+1} = x^k + \alpha_k d_k$, où x_0 est un point initial donné et les directions de descentes $\{d_k\}$ sont mutuellement conjuguées dans le cas d'un problème purement quadratique.

Avec :

$$d_k = \begin{cases} -g_k & \text{pour } k=0 \\ -g_k + \beta_k d_{k-1} & \text{pour } k \geq 1 \end{cases} \quad (6)$$

Avec :

$$g_k = g(x_k) = \nabla f(x_k) \quad (7)$$

Les méthodes gc requièrent usuellement une recherche du pas non trivial afin de déterminer un pas α_k admissible :

$$\alpha_k = \frac{g_k^T d_k}{d_k^T G d_k}, \quad k \geq 0$$

$$\beta_k^{gc} = \frac{g_k^T (g_k - g_{k-1})}{d_k^T (g_k - g_{k-1})}, \quad (\text{Hestenes et Stiefel, 1952}) \quad (8)$$

$$\beta_k^{pcpgr} = \frac{g_k^T (g_k - g_{k-1})}{\|g_{k-1}\|^2}, \quad (\text{Polak-Ribière, 1969}) \quad (9)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne.

β_k est un scalaire approprié, nommé le paramètre du gradient conjugué.

3.2.2. Méthode(s) hybride(s)

L'hybridation des algorithmes a pour objectif de mélanger de manière harmonieuse deux ou plusieurs méthodes distinctes afin de ne retenir que les caractéristiques les plus intéressantes de chacune de ces méthodes. Dans cette méthode, les deux algorithmes du gradient conjugué (Polak-Ribière, 1969) et (Dai, 2001) ont été combinés pour calculer l'important paramètre β_k du gradient conjugué (Dai, 2001; Tien Tho Do, 2006).

Considérons un problème d'optimisation sans contrainte, non linéaire (Andrei, 2007) :

$$\text{Min } \{f(x) : x \in R^n\},$$

où $f: R^n \rightarrow R$ est une fonction différentiable. Pour résoudre ce problème, à partir d'une estimation initiale $x_0 \in R^n$, la méthode du gradient conjugué non linéaire génère la séquence $\{x_k\}$ comme suit :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k, \quad (10)$$

où $\alpha_k > 0$ est obtenu par la recherche linéaire et les directions sont générées par la relation suivante :

$$d_{k+1} = -g_{k+1} + \beta_k S_k, d_0 = -g_0, \quad (11)$$

Dans l'équation (11) β_k est nommé le paramètre du gradient conjugué,

$$S_k = x_{k+1} - x_k \text{ et } g_k = f'(x_k), \quad (12)$$

Nous avons opté pour la méthode hybride proposée par Dai (2001)

$$\beta_k = \frac{\|g_k\|^2}{d_{k-1}^T y_{k-1}}, \quad (13)$$

où

$$Y_k = g_{k+1} - g_k, \quad (14)$$

4- RÉSULTATS

4.1. Analyse spectrale

Le spectre d'énergie du champ d'anomalies magnétiques lithosphériques permet de préciser son contenu fréquentiel. Cette information est importante lors de la modélisation géodynamique des structures magnétiques (extension géographique et profondeurs). Le spectre en harmoniques sphériques (Loves, 1966) autorise la comparaison des modèles du champ estimée à partir de différentes données. Son expression est donnée par :

$$R_n = (n+1) \sum_{m=0}^n (\sqrt{(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2})^2 \quad (15)$$

Rappelons que le développement en harmoniques sphériques du champ lithosphérique des grilles A et B a été calculé pour des degrés en harmoniques sphériques allant jusqu'au degré 200 (figs. 2 et 3). Nous utilisons trois algorithmes pour l'inversion du champ et l'établissement du modèle en harmoniques sphériques :

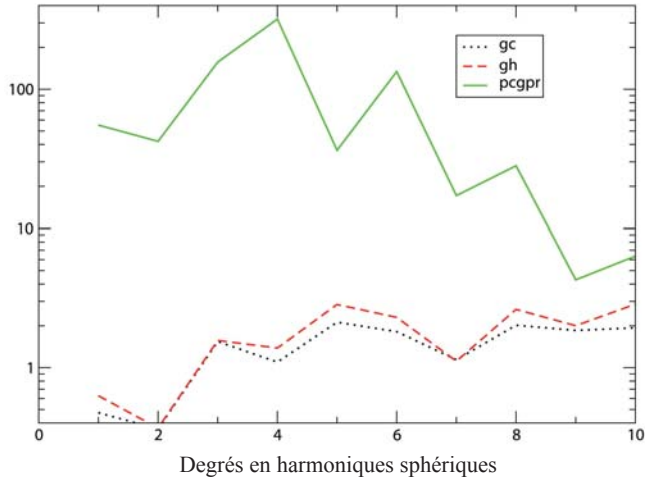
1- méthode du gradient conjugué (gc);

2- méthode de Polak-Ribière (pcgpr);

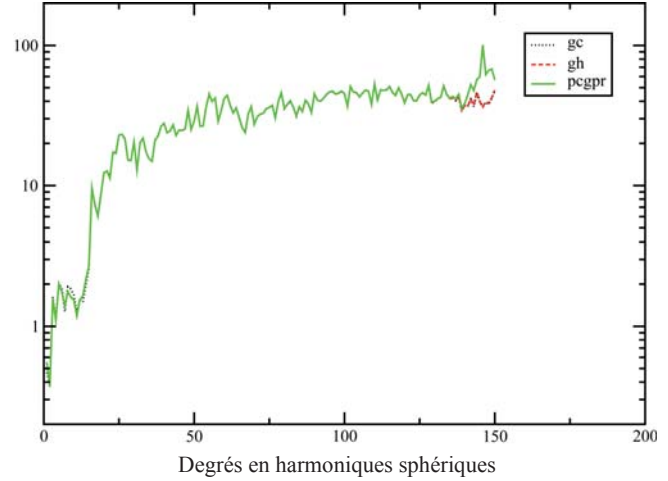
3- méthode du gradient hybride (gh). Dans ce cas, nous approximations la Hessienne par sa diagonale.

Dans le but de suivre l'évolution des différents paramètres de l'inversion, en fonction du nombre d'itérations et de l'écart quadratique moyen des modèles, nous avons choisi d'inverser avec un pas de 10. Nous remarquons sur les figures 2 et 3 qu'en général les spectres d'énergie des trois méthodes se superposent, excepté pour le degré 10. Le spectre d'énergie des coefficients en harmoniques sphériques déterminés par la méthode pcgpr ne coïncide pas avec celui des deux autres spectres. Cependant, cela n'est pas étonnant car les bas degrés (grandes longueurs d'onde du signal) ne sont guère bien contraints

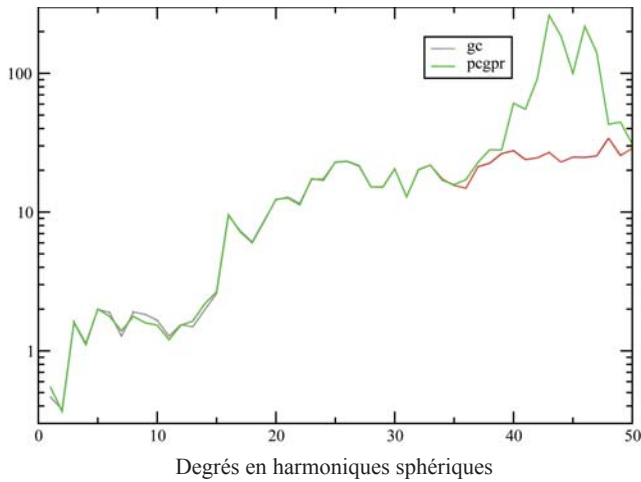
Le spectre du champ géomagnétique calculé jusqu'au degré 10



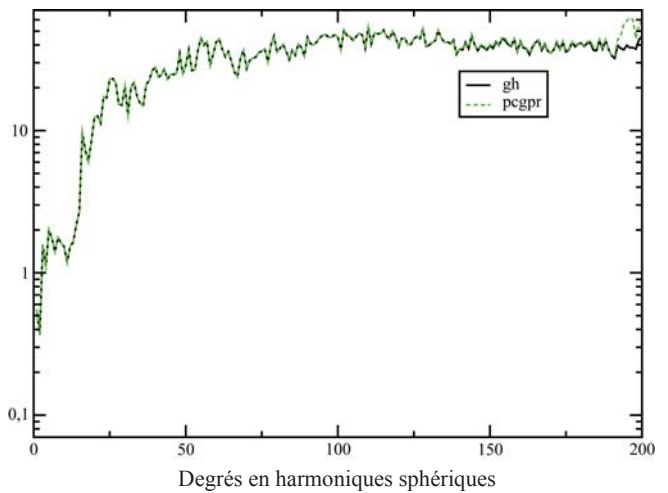
Le spectre du champ géomagnétique calculé jusqu'au degré 150



Le spectre du champ géomagnétique calculé jusqu'au degré 50



Le spectre du champ géomagnétique calculé jusqu'au degré 200



Le spectre du champ géomagnétique calculé jusqu'au degré 100

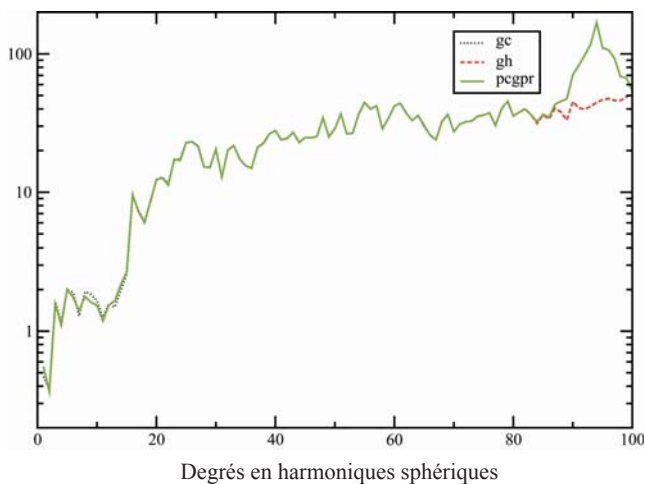
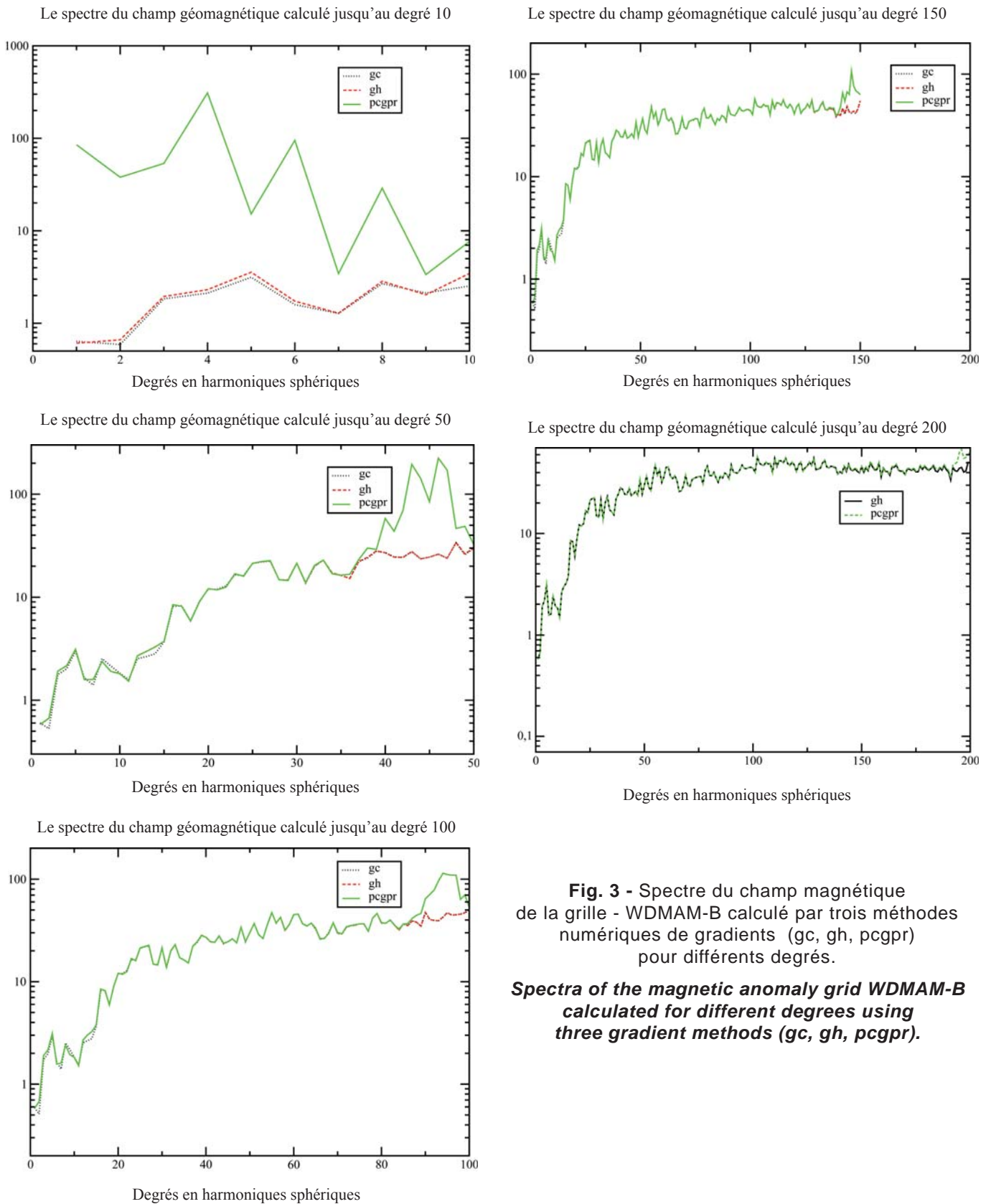


Fig. 2 - Spectre du champ magnétique de la grille WDMAM-A calculé pour différents degrés et par trois méthodes de gradient (gc, gh, pcgpr) (voir le texte pour les explications).

Spectra of the magnetic anomaly grid WDMAM-A calculated for different degrees using three gradient methods (gc, gh, pcgpr) (see text for explanations).

ANALYSE SPECTRALE DU CHAMP D'ANOMALIES MAGNÉTIQUES LITHOSPHÉRIQUES À L'ÉCHELLE PLANÉTAIRE



dans ces données puisqu'après la réduction du champ interne le signal restant n'est que du bruit de fond. On ne prend donc pas en considération les données entre les degrés 1 à 15. De même, nous notons une légère divergence entre les différents résultats vers la fin de chaque développement. L'algorithme de Polak-Ribière a été bridé par un nombre limité d'itérations. Nous avons arbitrairement fixé cette valeur limite à 50 puisqu'au-delà de $N=50$, l'erreur quadratique moyenne ne varie plus de manière appréciable.

De plus, la corrélation des différents développements, degré par degré, est donnée par :

$$r_n = \left[\frac{g_n^m q_n^m + h_n^m S_n^m}{(g_n^{m^2} + h_n^{m^2}) + (q_n^{m^2} + S_n^{m^2})} \right] \quad (16)$$

La valeur de r est toujours comprise entre 0.9 et 1 (fig. 4) indiquant une bonne concordance des deux grilles.

4.2. Analyse statistique

Les différentes méthodes se sont avérées très consommatrices de temps CPU et les conditions numériques actuelles sont souvent très limitatives. Parmi les 3 méthodes, l'algorithme du gra-

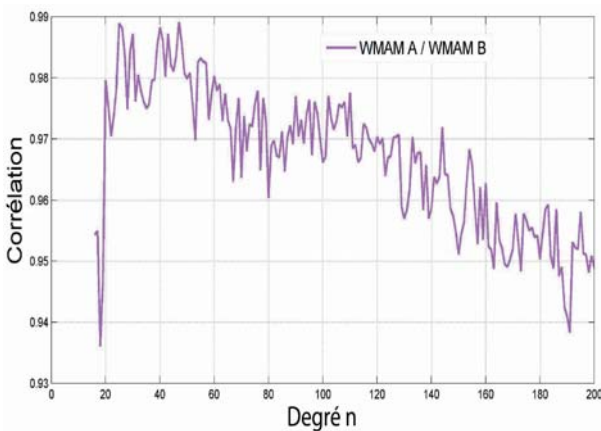


Fig. 4 - Degré de corrélation entre les deux grilles WDMAM A et B.

Spherical harmonic correlation analysis between A and B WDMAM grids.

dient conjugué est le plus pénalisant. Il est quasiment impossible d'inverser au-delà du degré et ordre 200 dans des délais «raisonnables». La densité très élevée des données, imposée par le théorème d'échantillonnage (Driscoll et Healy, 1994) ainsi que le nombre relativement important de coefficients (g_n^m, h_n^m) nécessaires à cette étude, donnés par $N_{max}(N_{max}+2)$ nécessitent des moyens informatiques très performants. En effet, les temps calculs sont colossaux. Ainsi, pour $N_{max}=200$, en mode séquentiel, l'inversion nécessite plus de 172 h CPU (fig. 5). Le temps CPU augmente en fonction du degré et du nombre d'itération pour les méthodes gh et gc (fig. 7).

Les figures 6 et 7 regroupent et illustrent les différentes statistiques que fournissent les divers ensembles de données et les différents algorithmes utilisés pour leur développement en harmoniques sphériques. Nous remarquons que l'écart-type des modèles varie entre 51 et 78 nT (sans pondération, noté écart-type 1 sur les figures) alors qu'il ne varie plus qu'entre 34 et 51 nT si les données sont pondérées par leur variance (cet écart-type est noté écart-type 2 sur les figures).

La moyenne arithmétique des résidus (champ observé - champ modélisé) montre la bonne détermination du modèle. Pour un champ d'ano-

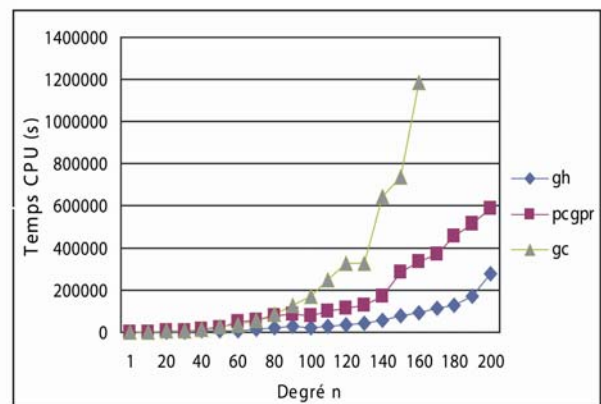


Fig. 5 - Variation du temps CPU pour l'inversion de la grille B.

CPU time variation for the inversion of the grid B.

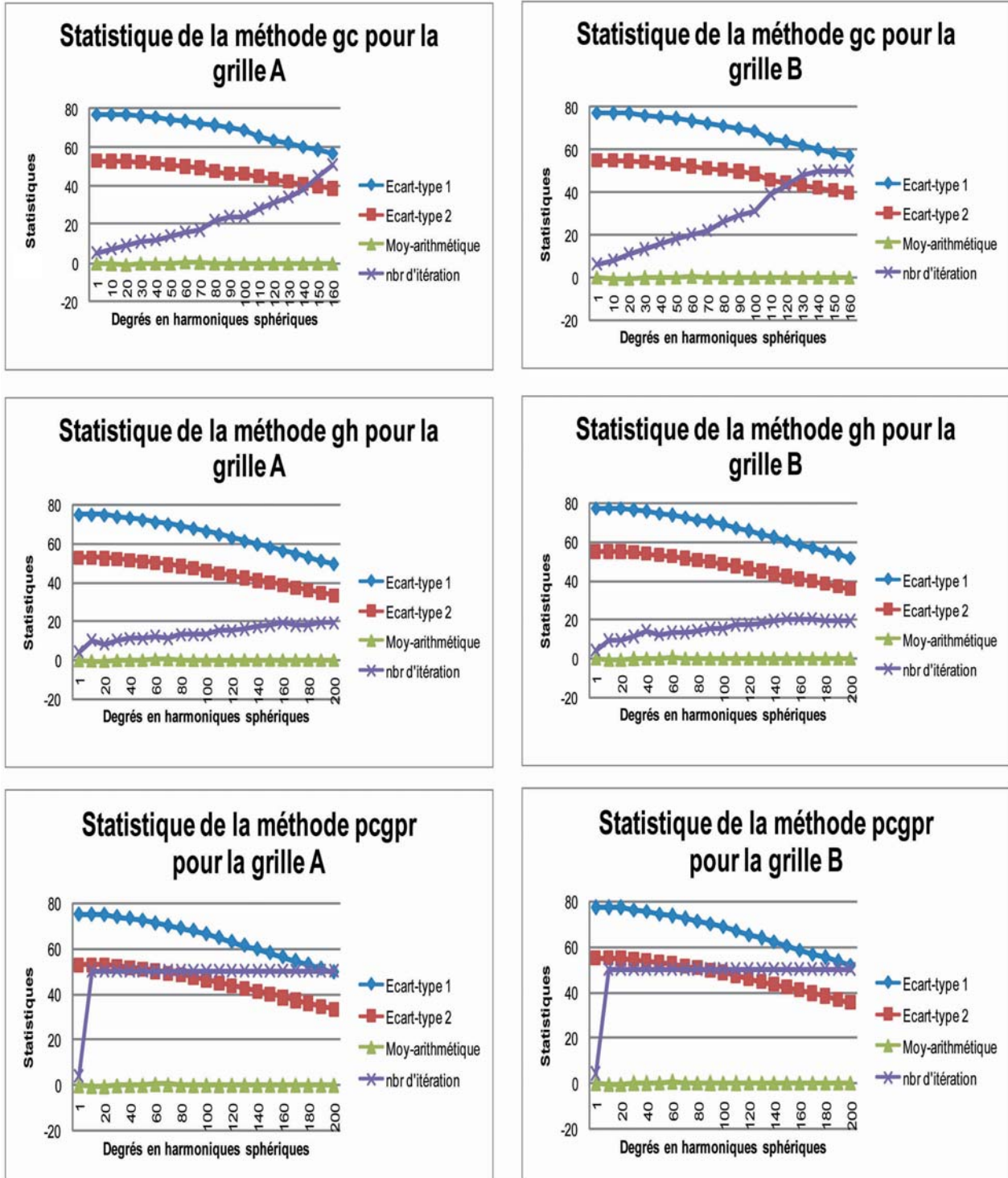
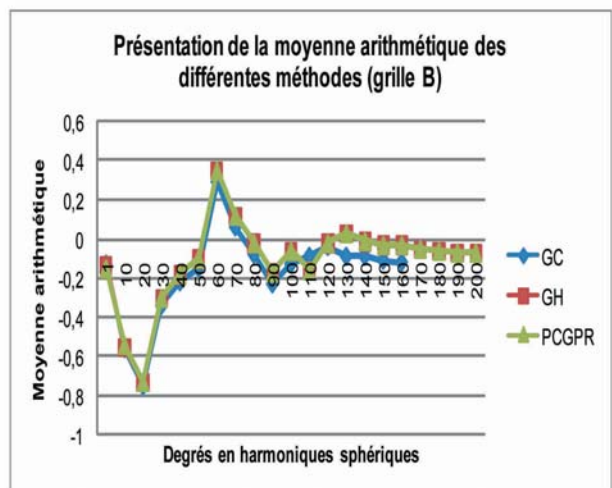
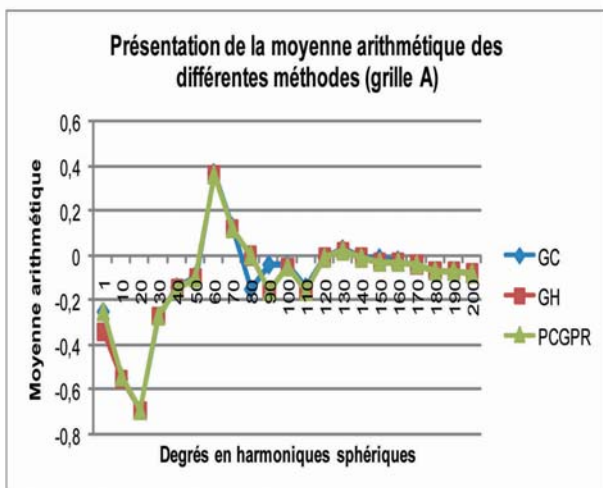
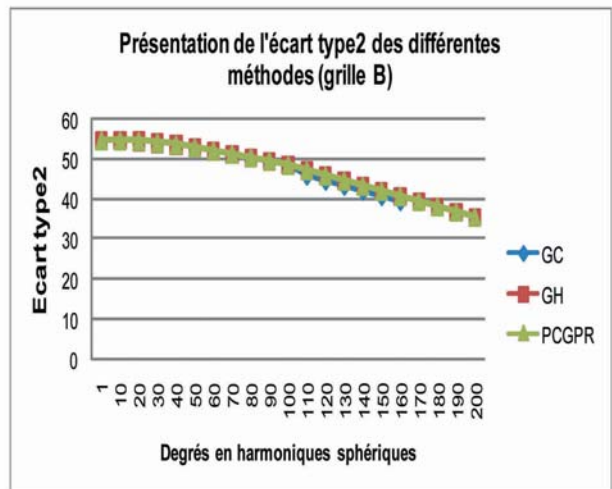
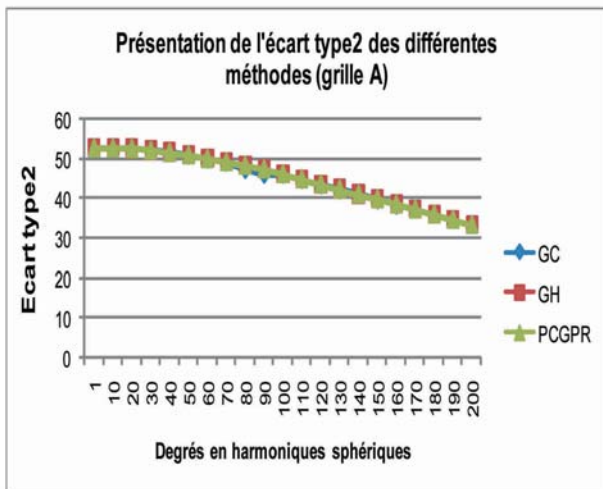
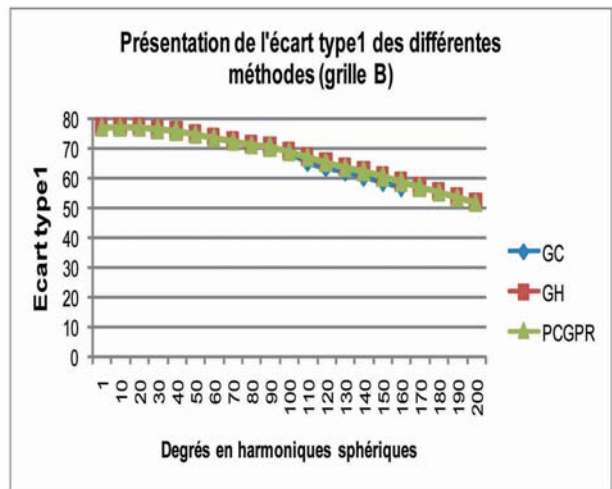
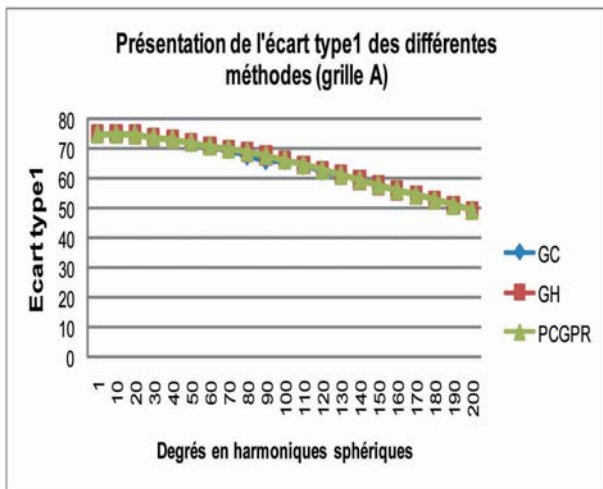


Fig. 6 - Statistiques des trois méthodes d'inversion appliquées aux données des grilles WDMAM-A et -B.

Statistics for the three methods using both grids WDMAM-A and WDMAM-B



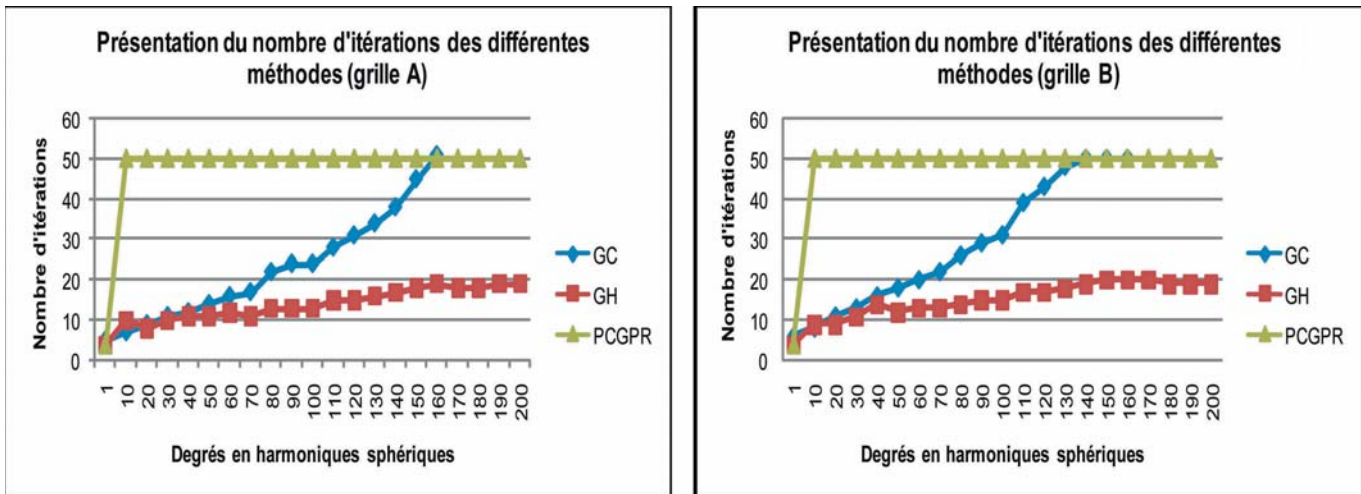


Fig. 7 - Comparaison entre les statistiques des différentes méthodes de gradient.

Comparison between for the statistics for the three different methods used.

malie pure, nous nous attendons à une distribution gaussienne, centrée sur zéro. Une distribution d'anomalie non symétrique autour de la moyenne indique peut-être quelques valeurs aberrantes (outliers) dans la distribution WDMAM. Nous remarquons que la moyenne arithmétique est partout relativement proche de zéro.

5- CONCLUSIONS

Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes intéressés au contenu spectral réel des différentes contributions au champ d'anomalies magnétiques à l'échelle planétaire. Compte tenu de la méthodologie utilisée pour réaliser l'assemblage des différentes données disponibles et fabriquer une carte composite, le spectre de ce champ lithosphérique est-il effectivement continu et complet? Autrement dit, ne présentant pas de gap dans toute la gamme de longueurs d'onde. Pour cela, nous avons opté pour une analyse spectrale en harmoniques sphériques. En effet, la distribution étudiée est globale, le développement utilisé est donc plus adapté.

La détermination des coefficients de Gauss est traitée comme un problème inverse. Remarquons

que dans notre cas, ce problème est non linéaire car les données sont scalaires et non vectorielles. Pour sa résolution numérique, nous avons opté pour la méthode du gradient avec ses différentes variantes (gradient conjugué, gradient hybride et méthode de Polak-Ribière). Les deux versions A et B de la distribution du champ d'anomalies magnétiques lithosphériques WDMAM ont été analysées. Les degrés et ordres maximaux sont de 200 soient 40400 coefficients pour décrire le champ. Comme prévu, l'énergie des harmoniques des degrés 1 à 16 est très faible car les grandes longueurs d'onde du champ ont été filtrées lors de la réduction du champ normal. Cette énergie croît au-delà du degré 16 et tend vers un palier. Ce comportement est conforme aux modèles théoriques de distribution aléatoire d'aimantation. De plus, les spectres des deux distributions A et B d'anomalies, montrent un excellent accord des contenus fréquentiels jusqu'aux degré et ordre 100. Cette bonne cohérence est clairement mise en évidence par le coefficient de corrélation des différents développements. La différence des énergies est liée à l'incorporation du modèle magnétique de la croûte océanique.

L'importante quantité de données et le grand nombre de paramètres à déterminer nous ont amené

à développer et utiliser trois méthodes d'optimisation. L'étude comparative de ces trois méthodes, basées sur les différentes statistiques établies, permet de conclure que la méthode du gradient conjugué fournit de meilleurs résultats. Elle nécessite cependant, d'un point de vue numérique et en mode séquentiel, des temps calculs beaucoup plus importants que la méthode Polak-Ribière ou le gradient hybride. Elle mérite néanmoins des améliorations et son adaptation en mode parallèle. Notons que, le modèle optimal est celui pour lequel l'écart quadratique moyen des résidus (champ calculé – champ observé) est le plus faible.

Cette version de WDMAM est la première de la série, une amélioration est en cours de réalisation pour la version 2 (Lesur et Hamoudi, 2010). Il serait intéressant d'améliorer cette méthode d'inversion et développer le champ jusqu'aux degrés et ordres 1500 et au-delà, soit une longueur d'onde spatiale de l'ordre de 25 km au minimum afin de mieux décrire les courtes longueurs d'onde du signal. Le nombre de paramètres à déterminer dans ce cas, serait de l'ordre de 2253000 coefficients d'où la nécessité de paralléliser nos algorithmes.

BIBLIOGRAPHIE

- ALLDREDGE, L.-R. 1981.** Rectangular harmonic analysis applied to the geomagnetic field. *Jour. of Geophys. Res.*, 86(B4), pp. 3021-3026.
- ALLDREDGE, L.-R. 1982.** Geomagnetic local and regional harmonic analyses. *Jour. of Geophys. Res.*, 87(B3), pp. 1921-1926.
- ANDREI, N. 2007.** New hybrid conjugate gradient algorithms for unconstrained optimization. *Research Institute for Informatics, Center for Advanced Modeling and Optimization, Avereșcu Avenue, Bucharest 1, Romania*, pp. 8-10.
- CAIN, J.-C., DANIELS, W.-E., HENDRICKS, S.-J. AND JENSEN, D.-C. 1965.** An evaluation of the main field, 1940-1962, *Jour. of Geophys. Res.*, 70, pp. 3647-3674.
- CHAPMAN, S. AND BARTELS, J. 1940.** Geomagnetism. Reprint, 2 vols. *University Press, Oxford*, 1049p.
- DAI, Y. 2001.** New properties of a nonlinear conjugate gradient method. *Numer. Math.* 89, Digital Object Identifier, doi : 10.1007/s 002110000253, pp. 83-98.
- DRISCOLL, J.-R. AND HEALY, D.-M. 1994.** Computing Fourier Transform and Convolutions on the 2-Sphere. *Advances in Applied Mathematics*, 15, pp. 202-250.
- DYMENT, J. AND ARKANI-HAMED, J. 1998.** Equivalent source magnetic dipoles revisited. *Geophys. Res. Lett.*, 25, pp. 2003-2006.
- FINLAY, C.-C., MAUS, S., BEGGAN, C.-D., HAMOUDI, M., LOWES, F.-J., OLSEN, N. AND THÉBAULT, E. 2010.** Evaluation of candidate geomagnetic field models for IGRF-11. *Earth Planets and Space*, 62, 10, pp. 787-804.
- GEE, J.-S. AND KENT, D.-V. 2007.** Source of oceanic magnetic anomalies and the geomagnetic polarity time scale, Chapter 12, In Kono, M. (ed.), vol. 5. *Geomagnetism: Treatise on Geophysics: Amsterdam, Elsevier*, pp. 455-507.
- GILLET, N., JAULT, D., CANET, E. AND FOURNIER, A. 2010.** Fast torsional waves and strong magnetic field within the Earth's core. *Nature*, 456(6), doi: 10.1038/nature09010, pp. 74-77.
- GRIPPO, L. AND LUCIDI, S. 1995.** A Globally Convergent Version of the Polack- Ribière Conjugate Gradient Method. *Dipartimento di Informatica e Sistemistica, Università degli Studi di Roma «La Sapienza»*, pp. 375-391.
- HAMOUDI, M., THÉBAULT, E., LESUR, V. AND MANDEA, M. 2007a.** GeoForschungsZentrum anomaly magnetic map (gamma): a candidate model for the world digital magnetic anomaly map. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 8, Q06023, doi: 10.1029/ 2007 GC001638, pp. 1525-2027.
- HAMOUDI, M., LESUR, V., CHAMBODUT, A., THÉBAULT, E., QUESNEL, Y. AND MANDEA, M. 2007b.** Spectral Analysis of the Global Lithospheric Magnetic Anomaly Field derived from Airborne, shipborne and satellite Data. *I.U.G.G XXIV Assembly, Perugia (Italy)*, July 2-13.

- HAMOUDI, M., LESUR, V. AND ROTHER, M. 2010.** Lithospheric field modeling from Satellite Data General Assembly European Geosciences Union (Vienna, Austria 2010). *Geophysical Research Abstracts*, vol. 12, EGU2010-8523.
- HAYN, M. 2010.** Wavelet Analysis and spline Modeling of Geophysical Data on the Sphere. *Thèse de Doct., Univ. of Potsdam, Institute for Mathematics*, 92p. .
- HEMANT, K., THÉBAULT, E., MANDEA, M., RAVAT, D. AND MAUS, S. 2007.** Magnetic anomaly map of the world: merging satellite, airborne, marine and ground based magnetic data sets. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 260, doi:10.1016/j.epsl.2007.05.040, pp. 56–71
- HESTENES, M.-R. AND STEIFEL, E.-L. 1952.** Methods of conjugate gradients for solving linear systems. *Journal of Research of the Nat. Bur. Standards*, vol. 49, n°06, pp. 409–436.
- HOLSCHNEIDER, M., CHAMBODUT, A. AND MANDEA, M. 2003.** From global to regional analysis of the magnetic field on the sphere using wavelets. *Phys. Earth Planet Inter.*, 135, doi: 10.1016/S0031-9201(02)00210-8, pp. 107-124.
- KENT, D.-V. AND GRADSTEIN, F.-M. 1986.** A Jurassic to Recent chronology, In: P.R. Vogt and B.E. Tucholke (editors). *The Western North Atlantic Region, Geology of North America*, volume M. *Geological Society America, Boulder*, pp. 45-50.
- KORHONEN, J.-V., FAIRHEAD, J.-D., HAMOUDI, M., HEMANT, K., LESUR, V., MANDEA, M., MAUS, S., PURUCKER, M., RAVAT, D., SAZONOVA, T. AND THÉBAULT, E. 2007.** Magnetic Anomaly Map of the World. *Commission for the Geological Map of the World*.
- LESUR, V., WARDINSKI, I., ROTHER, M. AND MANDEA, M. 2008.** GRIMM-The GFZ Reference Internal Magnetic Model based on vector satellite and observational data. *Geophys. Jour. Int.*, 173, doi: 10.1111/j.1365-246X.2008.03724.x, pp. 382-394.
- LESUR, V. AND HAMOUDI, M. 2010.** Progress in mapping the Earth magnetic lithospheric field. *General Assembly European Geosciences Union, Vienna (Austria), May, 02-07, 2010*.
- LESUR, V., WARDINSKI, I., HAMOUDI, M. AND ROTHER, M. 2010.** The second generation of the GFZ Reference Internal Magnetic Model: GRIMM-2. *Earth Planets Space*, 62, doi:10.5047/eps.2010.07.007, pp. 765–773
- LOWES, F.-J. 1966.** Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields. *Jour. Geophys. Res.*, 71, 2179p.
- MAUS, S., LÜHR, H., ROTHER, M., HEMAUT, K., BALASIS, G., RITTER, P. AND STOLL, C. 2007.** Fifth generation lithospheric magnetic field model from CHAMP satellite measurements. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, vol. 8, n° 5, QO 5013, doi : 10.1029/2006 GCOO 1521, pp. 1525-2027.
- MAUS, S., YIN, F., LÜHR, H., MANOJ, C., ROTHER, M., RAUBERG, J., MICHAELIS, I., STOLLE, C. AND MÜLLER, R.-D. 2008.** Resolution of direction of oceanic magnetic lineations by the sixth-generation lithospheric magnetic field model from CHAMP satellite magnetic measurements. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 9, 7021, doi: 10.1029/2008GC001949, pp. 1525-2027.
- MCLEAN, S., MACMILLAN, S., MAUS, S., LESUR, V., DATER, D. AND THOMSON, A. 2005.** The US/UK World Magnetic Model for 2005-2010. *NOAA Technical Report, NESDIS/NGDC-1*, 71p.
- MOUGE, P. 1990.** Assemblage et interprétation des données aéromagnétiques au-dessus de l'Europe de l'Ouest et de la Méditerranée Occidentale, *Thèse de Doctorat, Université Paris 2*, 267p.
- MÜLLER, R.-D., ROEST, W.-R., ROYER, J.-Y., GAHAGAN, L.-M. AND SCLATER, J.-G. 1997.** Digital isochrons of the world's ocean floor. *J. Geophys. Res.*, 102, pp. 3211-3214.
- OLSEN, N., LÜHR, H., SABAKA, T.-J., MANDEA, M., ROTHER, M., TÖFFNER-CLAUSEN, L. AND CHOI, S. 2006.** CHAOS—A model of Earth's magnetic field derived from CHAMP, Ørsted and SAC-C magnetic satellite data. *Geophys. Jour. Int.*, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005, vol. 166, pp. 67-75.

- OLSEN, N., MANDEA, M., SABAKA, T.-J. AND TOFFNER-CLAUSEN, L. 2009.** CHAOS-2-a geomagnetic field model derived from one decade of continuous satellite data. *Geophys. Jour. Int.*, pp. 1477-1487, 179, 7, doi: 10.1111/j.1365-246X.2009.04386.x.
- POLAK, B. ET RIBIÈRE, G. 1969.** Note sur la convergence des méthodes de directions conjuguées. *Rev. Fr. Inform. Rech. Oper.*, 16, pp. 35-43.
- PRESS, W.-H., TEUKOLSKY, S.-A., VETTERLING, W.-T. AND FLANNERY, B.-P. 1992.** Numerical recipes in C: *The art of scientific computing. Second Edition. Cambridge University Press.*
- RAJARAM, M., ANAND, S.-P., HEMANT, K. AND PURUCKER, M.-P. 2009.** Curie Isotherm map of Indian subcontinent from satellite and aeromagnetic data. *Earth Planetary Sci. Lett.*, 281(3-4), pp. 147-158.
- REIGBERG, CH., LÜHR, H. AND SCHWINTZER, P. 2001.** CHAMP Announcement of Opportunity, Doc : CH-GFZ-AO-001, 28 May, 71p.
- SABAKA, T.-J. OLSEN, N. AND LANGEL, R.-A. 2002.** A comprehensive model of the quiet-time, near-Earth magnetic field: phase 3. *Geophys. Jour. Int.*, 151, pp. 32-68.
- SABAKA, T.-J., OLSEN, N. AND PURUCKER, M. 2004.** Extending comprehensive models of the Earth's magnetic field with Ørsted and CHAMP data. *Geophys. J. Int.*, 159, pp. 521-547.
- SCHOTT, J. AND THÉBAULT, E. 2011.** Modelling the Earth's Magnetic Field from Global to Regional Scales. *Geomagnetic Observations and Models*, IAGA, special sopron book series %, 2011, vol.5, pp. 229-264, doi : 10.1007/978-90-481-9858-0_9.
- SHURE, L., PARKER, R.-L. AND BACKUS, G.-E. 1982.** Harmonic splines for geomagnetic modelling. *Phys. Earth Planet Inter.*, 28: pp. 215-229.
- TIEN THO DO, M. 2006.** Optimisation de forme en forgeage 3D. *Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, spécialité "mécanique numérique". Ecole Doctorale, Mines Paris, 364p.*
- ZIETZ, I. 1982.** Composite magnetic anomaly map of the United States, Conterminous United States. *U.S. Geological Survey Investigations Map GP-954-A*, 2 sheets, scale 1:2,500,000, 59p.